

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТОЛПЫ

Степанцов М.Е.

Московский Государственный Университет, физический факультет

Одной из наиболее серьезных проблем наших дней является обеспечение безопасности людей при авариях и стихийных бедствиях. В этих ситуациях главной угрозой здоровью и жизни людей часто оказывается возникающая при этом паника.

При проектировании сооружений, рассчитанных на нахождение в них большого количества людей, полезно было бы смоделировать ситуацию беспорядочного движения большой неорганизованной группы людей (которую в дальнейшем будем называть для краткости толпой) в условиях паники и устранить особенности конструкций, могущие привести к заторам и давке.

Кроме того, жители крупных городов ежедневно сталкиваются с проблемой движения в толпе при пользовании общественным транспортом (например, в подземных переходах, в турникетах и на эскалаторах метро). Планирование строительства городских пешеходных коммуникаций целесообразно было бы вести, не только учитывая общий поток пассажиров, но и детально рассматривая движение людей на конкретных участках пути.

При математическом моделировании ситуаций, в которых активно действуют люди, возникает проблема, заключающаяся в том, что полное математическое описание поведения отдельно взятого человека на данном этапе развития науки не представляется возможным, поскольку его действия определяются очень большим количеством факторов, как рациональных, так и иррациональных.

Однако поведение большой группы людей в стандартной ситуации легко поддается предсказанию и хорошо описывается вероятностным образом. Здесь работает закон больших чисел: даже если один человек по каким-то причинам решит действовать нетривиально, его действия никак не повлияют на группу в целом.

Для математического моделирования динамики толпы оказалось возможным применить класс крайне упрощенных дискретных моделей - клеточные автоматы, которые ранее успешно использовались во многих других областях исследований, в частности, для решения задач газодинамики [1], [2].

Клеточными автоматами называются системы, в которых время и пространство дискретны, и все величины принимают значения из конечного (обычно небольшого) набора значений.

При рассмотрении таких систем используется следующая терминология: узел пространственной решетки (чаще всего ортогональной или двумерной гексагональной) называется клеткой. Ближайшие к нему узлы называются соседями, причем возможен различный выбор соседей, который определяет различные автоматы. То, что в узле решетки величины принимают некоторый набор значений, называется "данная клетка находится в состоянии с такими значениями величин". И, наконец, законы изменения состояния клеток в зависимости от состояния их соседей (одинаковые во всех клетках) носят название правил клеточного автомата.

Необходимый нам клеточный автомат должен, по-видимому, иметь два состояния клетки, соответствующие наличию и отсутствию в этой точке человека, и учитывать две составляющие движения толпы - хаотичную и направленную.

В книге Тоффоли и Марголуса [3] предлагается клеточный автомат, моделирующий диффузионные процессы, в котором правила заданы особым образом (рассматривается так называемая окрестность Марголуса):

1) В качестве поля клеточного автомата выбирается плоскость, разбитая на одинаковые квадраты - клетки; каждая клетка может находиться в одном из двух состояний: 1 - в ней есть частица и 0 - в ней пусто.

2) Массив клеток разбит на блоки 2x2 двумя способами, которые будем называть четным и нечетным разбиениями (рис. 1а).

3) На очередном шаге каждый из блоков четного разбиения поворачивается на $\frac{\pi}{2}$ по или против часовой стрелки с равной вероятностью (направление поворота выбирается при помощи генератора случайных чисел). Затем то же самое проделывается с блоками нечетного разбиения (рис. 1б).

Модифицируем эти правила, добавив к диффузионной составляющей движения направленную. Для этого на каждом временном шаге будем производить перемещение частиц внутри блоков в некотором заданном направлении, если соответствующие соседние клетки свободны (т. е. там нет частиц), как показано на рис. 1в.

Найдем распределение плотности людей вдоль оси x (направления движения). Рассмотрим движение частицы (человека) вдоль этой оси как суперпозицию случайного блуждания и направленного движения.

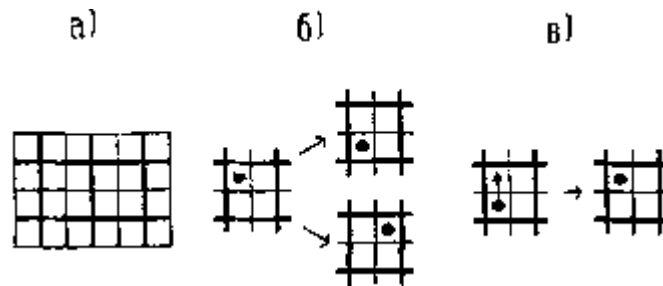


РИС.1

Такое движение описывается, как показано в [4], уравнением Фоккера-Планка

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (A(x)\rho) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (B(x)\rho) = 0,$$

где координата одной из частиц выступает в качестве случайной величины, ρ -ее функция плотности вероятности,

$$A(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{x - x'}}{\Delta t}$$

$$B(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{(x - x')^2}}{\Delta t} \neq 0$$

- ее моменты.

Примем приближенно $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\Delta t} = f(x)|_{\Delta t=1}$. Из правил автомата получим:

$$A(x) = \frac{7}{2} - 2\rho(x)$$

$$B(x) = \frac{11}{2} - 6\rho(x) + 2\rho^2(x)$$

Подставляя в уравнение Фоккера-Планка и усредняя по всему ансамблю частиц, имеем уравнение динамики распределения плотности толпы вдоль оси Ox :

$$u_t = \left(\frac{11}{2} - 12u + 6u^2\right)u_{xx} - 12(1-u)(u_x)^2 - \left(\frac{7}{4} - 4u\right)u_x$$

Если бы мы рассматривали задачу при помощи традиционных подходов, теперь необходимо было бы решать это уравнение, являющееся существенно нелинейным. Вместо этого на компьютере был реализован непосредственно сам разработанный клеточный автомат, и, с его помощью, был исследован ряд модельных задач.

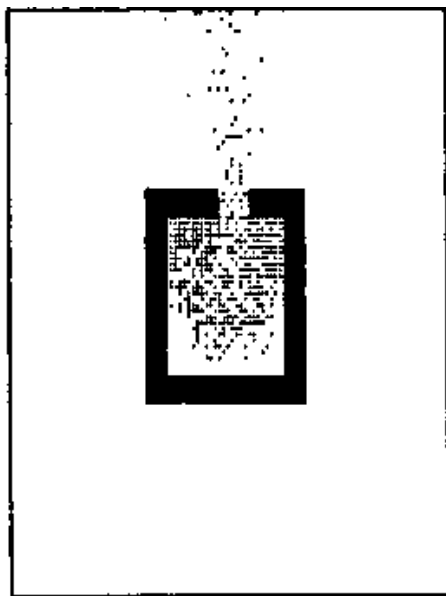


РИС.2

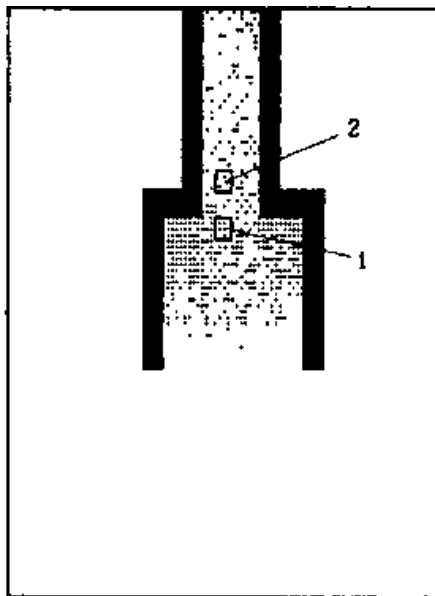


РИС.3

На рис. 2 приведена характерная картина ситуации, в которой люди выбегают через узкий выход из помещения.

На рис. 3 изображено движение толпы в сужающемся проходе. При этом измеряется временная зависимость плотности числа людей до сужения и после (в областях, выделенных прямоугольниками и отмеченных цифрами 1 и 2). На рис. 4 приведены результаты этих измерений. Плотность толпы перед сужением (в широкой части прохода) больше, что соответствует наличию "пробки".

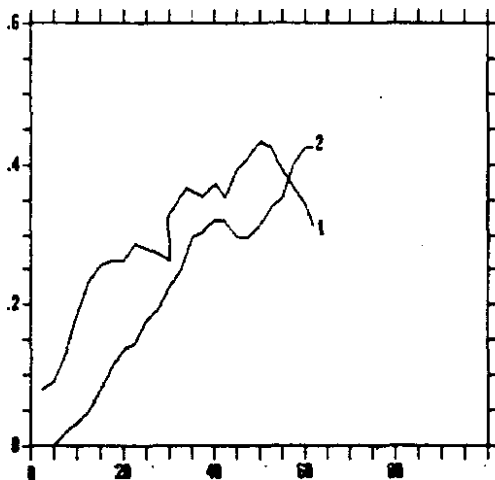


РИС.4

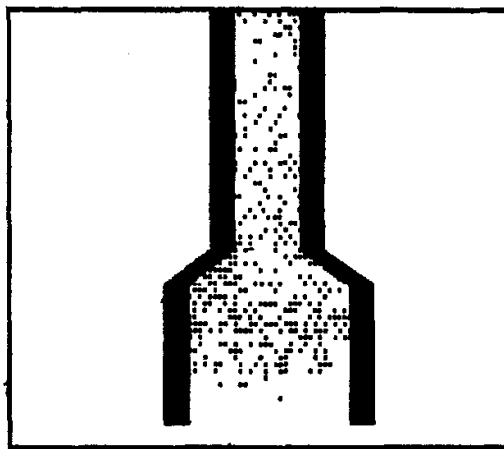


РИС.5

На рис. 5 показана та же ситуация в случае иной конфигурации сужения. В этом случае "пробки" нет. Представляется, что описанная модель может оказаться полезной при проектировании сооружений, рассчитанных на значительные потоки людей, а также при оценке безопасности зданий и помещений.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 96-01-01161 и 96-02-18689) и ГНТП "Безопасность"

Литература.

1. Frish u., Hasslacher B., Pomeau Y. Lattice-Gas Automata for Navier-Stokes Equation // Phys. Rev. Letters, 1986, v.56, .P. 1505-1508

2. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Клеточные автоматы для расчета некоторых газодинамических процессов // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1996, №5, т.36, стр. 137-145

3. Тоффоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.

4. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика. М.: Изд-во МГУ, 1991.