



**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук**

**Малинецкий Г.Г., Равлюк С.Г.,  
Степанцов М.Е.**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ УЧИТЕЛЕЙ  
СРЕДНИХ ШКОЛ РОССИИ**

**Препринт № 90 за 2005 г.**

**Москва**

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук

**Малинецкий Г.Г., Равлюк С.Г., Степанцов М.Е.**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И  
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ  
УЧИТЕЛЕЙ СРЕДНИХ ШКОЛ РОССИИ**

Москва  
2005

## АННОТАЦИЯ

Предложена математическая модель динамики возрастного состава профессиональной группы, учитывающая особенности социальной ситуации в средних школах России. С ее помощью получен прогноз развития ситуации для нескольких вариантов сценариев изменения социально-экономического положения учителей.

## ABSTRACT

A mathematical model for age structure dynamics of a professional group with features, corresponding to ones of social situation in secondary schools of Russia, is proposed. With the help of the model, the forecast of social development for a number of socio-economic scenarios is obtained.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №05-01-00852 и №05-06-80237).

При рассмотрении вопроса о социально-экономическом развитии общества важную роль играет исследование взаимодействия между профессиональными группами и внутренней динамики этих групп. Разделение труда и справедливое взаимодействие между ними, согласно Дюркгейму [1], – основа стабильности общества, условие нормального его функционирования. Поддержание такого состояния может осуществляться только в условиях достаточной экономической мотивации трудовой деятельности профессиональной группы. Однако влияние этого фактора далеко не является непосредственным.

Базовой мотивацией трудовой деятельности, безусловно, является экономическая заинтересованность, а профессиональная этика группы, традиции, сложившиеся отношения внутри группы – вторичны. Однако они, согласно [1], крайне важны для упорядочивания внутренних и внешних отношений группы, несут регулирующую функцию и могут поддерживаться долгое время только при условии сохранения целостности группы и преемственности при смене поколений. В этом процессе очень важную роль играет характер возрастной структуры профессиональной группы, изучению которой на конкретном примере и посвящена данная работа.

Речь пойдет о возникновении проблемных явлений в возрастной структуре учителей средней школы, что происходит следующим образом. Снижение экономической мотивации ведет к изменению нормальной возрастной структуры группы, что влечет за собой нарушение внутренних отношений в группе или даже потерю ее целостности, а, следовательно, снижение устойчивости ее этических норм, благодатную почву для их деформации. При этом проблемы экономического характера могут непосредственно провоцировать такую деформацию.

Важность изучения динамики возрастной структуры учительства проявляется в двух основных аспектах. Первый из них связан с вопросом кадрового обеспечения среднего общего образования, как с точки зрения его достаточности, так и с точки зрения уровня профессиональной подготовки.

Другой аспект непосредственно обусловлен той социальной ролью, которую учительство как профессиональная группа выполняет в обществе, т.е. обучением школьников, а также трансляцией социальных ценностей. И с этой точки зрения значимым становится не только вопрос о численности кадрового состава средних учебных заведений, но о соотношении в структуре кадров различных возрастных групп. Исследования профессиональных позиций учителей [2] показывают существенные различия ценностных ориентаций учителей различных возрастных групп, и таким образом, вопрос о кадровой структуре – это вопрос, с одной стороны, о преемственности в образовании, с другой стороны, о стабильности и снижении конфликтности внутри рассматриваемой профессиональной группы.

При исследовании положения, сложившегося в российской средней школе, безусловно, необходимо анализировать не статическое состояние системы, а ее динамику, прогнозировать развитие процессов в заданных социально-экономических условиях.

Одна из главных проблем сегодняшней средней школы - недостаточное количественное и качественное кадровое обеспечение. Безусловно, корни этой проблемы следует искать в низком уровне оплаты труда учителей. Но вот пути ее решения уже не так очевидны. Поможет ли этому решению само по себе значительное повышение заработной платы учителей? За какой срок и путем каких затрат возможно восстановить нормальное функционирование средней школы? Является ли кадровая проблема действительно наиболее острой по сравнению с трудностями, возникающими с материальной базой школ и недостаточным методическим обеспечением?

Поиск ответов на эти и другие подобные вопросы тесно связан с количественным анализом трудовых ресурсов среднего образования. В частности, многое может показать динамика возрастной структуры учительских кадров.

### **1. Математическая модель возрастной структуры учителей средних школ**

Для количественного анализа такой динамики оказалось возможным построить математическую модель [3], учитывающую основные факторы, влияющие на возрастной состав учителей.

Эта модель создана по аналогии с математической моделью для анализа возрастной структуры преподавателей высшей школы, предложенной в [4] в рамках решения общей задачи прогноза развития ситуации в образовании.

Обе модели восходят к применяемой при моделировании биологических систем дискретной модели популяции с неперекрывающимися поколениями [5], в которой зависимость

$$\frac{d\bar{N}}{dt} = f(\bar{N}),$$

где  $\bar{N}$  - вектор численностей поколений популяции, сводится к дискретному отображению

$$N_{i+1}^{(t+1)} = \varphi_i(N_i^{(t)}),$$

где  $t$  - момент времени,  $i$  - номер поколения (возраст) дискретны с шагом 1.

В модели возрастной структуры преподавателей высшей школы рассматривались три категории преподавателей вузов, располагавшиеся в порядке возрастания среднего возраста представителей категории - «аспиранты», «молодые преподаватели» и «доценты и профессора». Принималось, что профессиональная карьера начинается работника высшей школы в 25 лет, а затем у него при определенных условиях появляется возможность перехода из группы, в которой он находится, в следующую.

Модель представляла собой дискретное отображение с шагом по времени

в один год. Обозначив число сотрудников  $i$ -й группы ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) возраста  $t$  в момент времени  $n$ , запишем это отображение, задающее возрастную динамику, в виде:

$$q_i^{n+1}(t+1) = (1 - \mu_i(t)) q_i^n(t) + \delta_i^n q_{i-1}^n(t),$$

где  $\mu_i(t)$  - коэффициент мобильности в  $i$ -й группе для возраста  $t$ ,  $\delta_i^n$  - коэффициент перехода из предыдущей группы:

$$\delta_i^n = \min \left\{ (V_i - \sum_t q_i^n(t)) / \sum_{t > t_{\min}} q_{i-1}^n(t), 1 \right\}$$

В последнем выражении  $V_i$  обозначает количество рабочих мест в  $i$ -й группе

Изложенная выше весьма несложная модель давала результаты, хорошо согласующиеся с наблюдаемыми в современной высшей школе процессами. Поэтому при решении рассматриваемой в данной статье задачи моделирования возрастной структуры учителей средней школы естественным шагом было построение аналогичной модели.

Здесь следует отметить некоторые особенности структуры трудовых ресурсов средней школы по сравнению с высшей. Во-первых, учителя не подразделяются на формальные или хотя бы четко обозначенные группы, для которых характерны существенные различия среднего возраста и стажа работы.

С другой стороны, переход учителей от преподавания предметов одного цикла к предметам другого - весьма редкое явление. Исходя из этих двух фактов, можно рассматривать учителей как представителей единственной группы (в терминологии модели из [4]).

Кроме того, в формировании возрастной структуры учителей средней школы заметную роль играет приход в школу сотрудников с высшим непедагогическим образованием. Чаше всего это происходит в связи с нехваткой кадров, а возможности пригласить человека «со стороны» определяются способностями директора или завуча конкретной школы. Этот процесс является в достаточной степени непредсказуемым.

Поскольку в средней школе не существует четкого деления учителей на отдельные группы по признакам возраста и стажа, каждому значению возраста можно сопоставить единственное значение количества сотрудников. Вследствие этого такую модель можно рассмотреть как одномерный клеточный автомат [6].

Итак, за основу модели возьмем клеточный автомат, в котором значение  $q^n(t)$  будет задавать состояние клетки под номером  $t$  на  $n$ -ном шаге по времени.

Правила этого автомата зададим в обозначениях [4]

$$q^{n+1}(t+1) = (1 - \mu(t,s)) q^n(t) + p(t,s)v(t).$$

Здесь  $\mu(t,s)$  - по-прежнему коэффициент мобильности, равный доле учителей возраста  $t$ , которая при данном уровне материального обеспечения  $s$  (включающего заработную плату и социальные льготы) по каким бы то ни было причинам перестанет работать в среднем образовании. Новым параметром модели является  $p(t,s)$  - коэффициент привлекательности профессии, определяемый как вероятность того, что получивший предложение работать в данной области представитель некоторой социальной группы примет это предложение. Этот коэффициент также зависит от возраста потенциального работника и уровня материального обеспечения  $s$ . Сама же величина  $s$  складывается из объективной (реальная заработная плата) и субъективной (оценка работником денежного эквивалента получаемых им социальных льгот) частей. Эту величину проще всего выражать в относительных единицах, беря за точку отсчета уровень обеспечения в некоторый момент времени. Наконец,  $v(t)$  - объем выпуска педагогическими высшими и средними специальными учебными заведениями специалистов возраста  $t$ .

В приведенных правилах, таким образом, количество учителей возраста  $t+1$  в год  $n+1$  равно количеству учителей возраста  $t$  в год  $n$ , за вычетом их доли, равной  $\mu(t,s)$ , к которому прибавляется та часть молодых специалистов-педагогов, которая выбрала работу по специальности  $p(t,s)v(t)$ . Здесь возможность приглашения на работу в школу сотрудников «со стороны» еще не учтена.

После этого внесем изменение, связанное с возможным приходом в школу сотрудников с непедagogическим образованием. Найдем число незаполненных вакансий, на которые могут быть приглашены люди «со стороны». Формально это можно рассматривать как применение к клеточному автомату метода среднего поля [7].

Итак, количество незаполненных вакансий равно

$$\Delta V = V_0 - \sum_t q^n(t),$$

где  $V_0$  - количество рабочих мест.

При этом в случае, если  $\Delta V < 0$  (избыток кадров) полагаем  $\Delta V = 0$ .

Увеличение численности работников средней школы за счет прихода лиц с непедagogическим образованием может быть выражено следующим уравнением:

$$\Delta q^{n+1}(t+1) = \alpha p^*(t,s) \Delta V / (t_{\max} - t_{\min}),$$

где  $t_{\max}$  и  $t_{\min}$  - возрастные границы модели, а  $\alpha$  - случайная величина, распределенная на отрезке  $[0; 1]$  и отражающая усредненные способности администрации школ привлечь сотрудников «со стороны». Здесь коэффициент

привлекательности  $p^*(t,s)$ , очевидно, будет иным, видимо, меньшим, чем для выпускников педагогических учебных заведений.

Таким образом, получаем в итоге:

$$q^{n+1}(t+1) = (1 - \mu(t,s)) q^n(t) + p(t,s) \left( v(t) + \alpha \frac{\Delta V}{t_{\max} - t_{\min}} \right)$$

Обозначим  $\bar{Q}$  вектор, компонентами которого являются  $q(t)$ , здесь  $t$  играет роль индекса.

Следует отметить, что введение в это отображение случайной величины  $\alpha$ , вычисляемой для каждого значения  $t$  на каждом шаге по времени, переводит данную модель в класс стохастических клеточных автоматов [6], которые в последнее время широко применяются для моделирования в социальных науках ([8] и ссылки в этой работе). Одной из важных особенностей клеточных автоматов является их свойство, называемое локальностью. Оно состоит в том, что состояние клетки на каждом последующем шаге зависит только от состояния клеток в ее окрестности и от правил данного автомата. В рассматриваемом случае значение  $q^{n+1}(t+1)$  (состояние  $n+1$ -й клетки на шаге  $t+1$ ) зависит, как видно, от  $q^n(t)$  (состояния  $n$ -й клетки на шаге  $t$ ) и параметров модели.

С практической точки зрения это позволяет при нахождении коэффициентов модели на основе статистических данных на этапе 4 алгоритма А (см. ниже) осуществлять варьирование параметров не случайным образом, а целенаправленно, что существенно улучшает сходимость. Стохастический же характер модели означает необходимость задействовать эффективный генератор псевдослучайных чисел. При этом задача выяснения реального закона распределения случайной величины  $\alpha$  представляется трудноразрешимой, однако на практике оказалось вполне приемлемо допущение о равномерном распределении этой величины.

Для получения качественных результатов вполне разумным является допущение о линейной зависимости коэффициентов мобильности  $\mu$  и привлекательности профессии  $p$  от  $s$  при естественных предположениях  $\mu(t,0) = 1$  и  $p(t,0) = 0$ . Из этих соображений получаем:

$$\mu(t,s) = k_1(t)(1-s)$$

$$p(t,s) = k_2(t) s$$

$$p^*(t,s) = k_2^*(t) s$$

Для проведения конкретных расчетов эти зависимости определялись, исходя из статистических данных при помощи следующей методики.

## 2. Методика вычисления параметров модели

Параметры модели (коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  для каждого целого значение возраста между  $t_{\min} = 20$  и  $t_{\max} = 65$ ) определялись, исходя из следующих соображений. Поскольку в период до начала 90-х годов прошлого века заметных проблем нехватки кадров не наблюдалось, но оплата труда учителей средних школ была сравнительно невысокой, для этого периода. Поэтому для этого периода было установлено наименьшее значение уровня материального обеспечения, при котором заметного дефицита кадров не возникает  $s = 0,9$ . При заданном  $s$  после достаточно большого количества шагов достигается некоторое стационарное распределение учителей по возрастам. Затем уровень материального обеспечения снижается в 3 раза (в [3] показано, что именно такое изменение уровня обеспечения дает возможность получить в итоге распределение, близкое к реальному), и прodelьваются еще несколько шагов алгоритма, соответствующие периоду с 1990 по рассматриваемый год.

Очевидно, что, если полученное после этого распределение близко к реально наблюдаемому, можно сделать вывод, что коэффициенты подобраны правильно.

Главной задачей при наполнении модели реальным содержанием, таким образом, становится подбор коэффициентов. Попытка [3] сделать это на основе данных о желании и готовности учителей средних школ сменить работу [9] привела к не совсем корректным результатам (рис. 1).

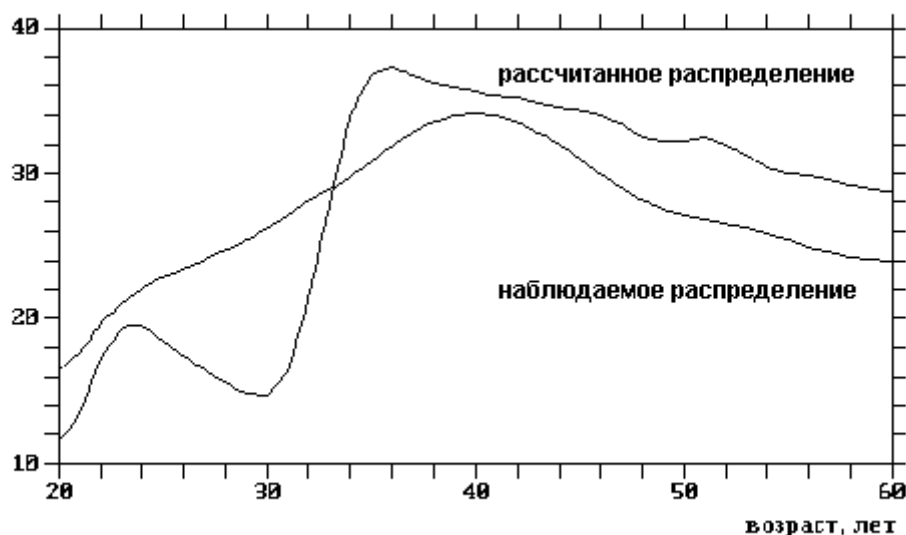


Рис. 1. Наблюдаемая и рассчитанная на основе оценок коэффициентов мобильности возрастные структуры учителей средней школы в настоящее время [3].

Для получения более точных результатов нахождения коэффициентов модели, соответствующих реальным условиям, был применен следующий алгоритм (А).

1. Возьмем некоторое начальное приближение для коэффициентов.

2. Для него рассчитаем стационарное распределение при  $s=0,9$ , а затем совершим число шагов, соответствующее числу лет, прошедших с 1990 года при  $s=0,3$ .

3. Результаты сравним с реальным распределением в декартовой метрике, вычислив расстояние между векторами  $\bar{Q}$  для рассчитанного и реального распределения.

4. Варьируем коэффициенты (для сокращения затрат времени можно выбрать вариацию вручную из очевидных соображений, например, если рассчитанное распределение дало для данного возраста меньшую численность, чем есть на самом деле, необходимо уменьшить коэффициент мобильности для возраста, меньшего на единицу).

5. Повторяем пункты 2 - 3 и сравниваем результаты вычисления расстояний. Если новые коэффициенты дают меньшее расстояние, переходим к ним в качестве следующего приближения, после чего повторяем весь алгоритм, пока не достигается локальный минимум для расстояния.

Число варьируемых переменных можно сократить, если воспользоваться результатом из [3], согласно которому существующая на сегодняшний день ситуация достигается в модели при  $k_2(t) = 1$ ,  $k_2^*(t) = 0,1$  для  $\forall t \in [20; 64]$ . Это подразумевает, что при идеальном уровне обеспечения все выпускники профильных учебных заведений и 10% специалистов с непедагогическим образованием готовы работать в средней школе. К сожалению, данные каких-либо исследований, на основании которых можно было бы подтвердить либо уточнить последнее, найти не представилось возможным.

Зато на практике в число варьируемых коэффициентов необходимо включить объемы выпуска педагогов высшими и средними специальными учебными заведениями. Параметры, полученные в результате минимизации отклонения рассчитанного распределения от реального, кладутся в основу модели.

Однако исходные статистические данные, использованные для вычисления коэффициентов модели, не содержали в явном виде требуемой информации о возрастной структуре учителей, поэтому нуждались в предварительной обработке.

### 3. Предварительная обработка статистических данных

Параметры модели были рассчитаны для двух регионов Российской Федерации: Москвы и Ярославской области.

Исходными данными по Москве были сведения о распределении учителей средних школ города по возрастным группам на 2001 год. Эти сведения, взятые из работы [2], в относительных величинах в расчете на 1000 вакансий приведены в таблице 1.

Возраст, лет	Количество учителей
--------------	---------------------

до 20	10
21- 26	111
27- 35	202
36- 45	283
46- 55	222
от 56	152

Таблица 1.

Поскольку для вычисления коэффициентов модели требовалось распределение по возрастам с точностью до года, была проведена их интерполяция кубическими сплайнами, а ее результаты были сглажены. В итоге получены оценки распределения учителей средних школ Москвы по возрастам, приведенные в таблице 2, а соответствующая гистограмма изображена на рис. 2.

Возраст, лет	Количество учителей	Возраст, лет	Количество учителей
18	2	42	30
19	7	43	29
20	12	44	29
21	14	45	28
22	15	46	27
23	16	47	26
24	17	48	25
25	18	49	24
26	19	50	23
27	19	51	22
28	19	52	22
29	20	53	21
30	21	54	20
31	22	55	19
32	24	56	19
33	25	57	18
34	25	58	17
35	27	59	16
36	27	60	15
37	28	61	15
38	29	62	14
39	30	63	14
40	30	64	13
41	30	65	12

Таблица 2.

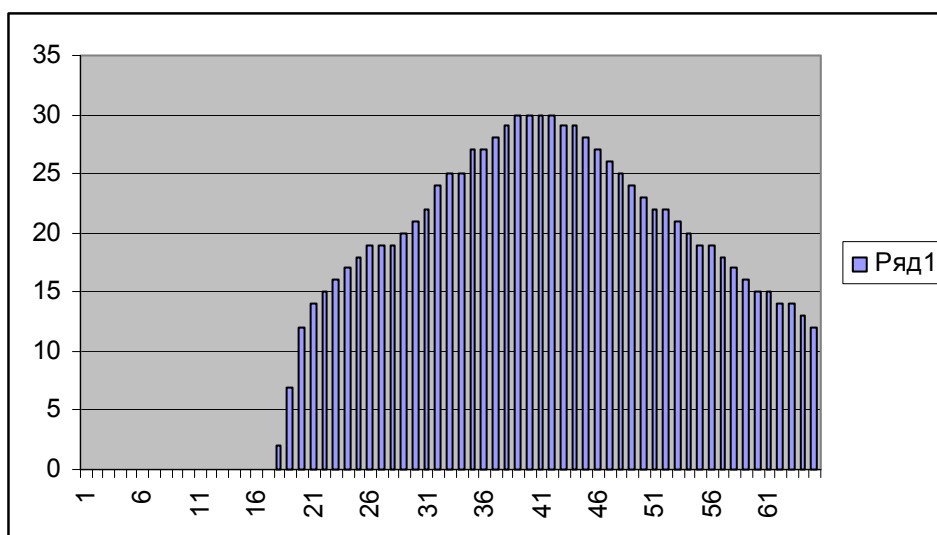


Рис. 2.

Для Ярославской области в качестве исходных использовались статистические данные о численности групп по стажу за три года, приведенные в таблице 3. Здесь и далее для Ярославской области приведены абсолютные значения численностей групп.

Стаж, лет	Количество учителей		
	2002 год	2003 год	2004 год
до 2	724	631	466
2-5	622	601	603
5-10	1311	1137	936
10-20	3598	3365	3175
от 20	4406	4456	4590

Таблица 3.

Поскольку для модели требовались сведения о распределении по возрасту, был произведен пересчет данных.

Было сделано предположение о том, что в среднем факторы, влияющие на соотношение распределений по возрастам и по стажу (средний возраст выпускников вузов, средний возраст и средняя длительность пребывания в отпуске по уходу за ребенком и т.п.) в Москве и Ярославской области примерно одинаковы. Тогда интересующий нас результат можно было получить при помощи корреляционных таблиц, составленных на основе данных исследования [2].

Поскольку интервалы распределения по стажу в московских и ярославских данных различны, вначале необходимо было получить оценки численности ярославских учителей в группах по стажу с интервалами, соответствующими московским данным.

Эти оценки были получены в предположении о линейности производной функции распределения на границах интервалов путем приближенного вычисления количества учителей со значениями стажа, которых требовалось



	2002 год	2003год	2004год
18	5	5	4
19	10	9	8
20	35	33	32
21	59	56	53
22	82	77	73
23	102	95	90
24	119	111	104
25	133	123	115
26	144	133	123
27	154	142	130
28	164	150	136
29	173	158	142
30	184	167	149
31	196	177	158
32	208	188	168
33	223	202	180
34	238	216	193
35	255	232	208
36	271	247	223
37	287	262	238
38	301	277	252
39	314	289	265
40	324	300	277
41	331	308	286
42	336	314	294
43	337	317	299
44	337	318	301
45	333	317	303
46	328	314	302
47	322	310	300
48	314	305	297
49	306	298	292
50	297	291	287
51	288	284	282
52	279	276	276
53	271	269	269
54	262	261	262
55	253	253	255
56	245	245	247
57	236	237	240
58	227	229	232
59	219	221	224
60	210	212	216
61	202	204	208

62	193	196	200
63	185	188	192
64	176	180	185
65	168	172	177

Таблица 6.

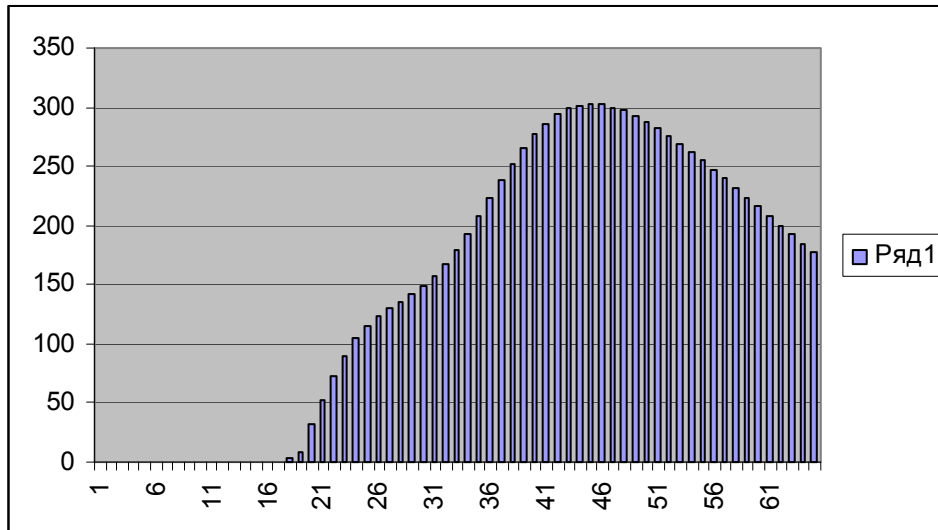


Рис. 3.

Таким образом, в результате предварительной обработки данных были получены нужные для расчета коэффициентов модели распределения. Поскольку в модели минимальный возраст сотрудников выбран равным 20 лет, то группы, соответствующие возрастам 18 и 19 лет нужно было отбросить, что не создало проблем из-за малочисленности этих групп.

#### 4. Расчет коэффициентов для модели

На следующем этапе используем данные из таблиц 2 и 6, содержащих информацию о возрастной структуре учителей средних школ Москвы и Ярославской области в 2001 и 2002-2004 годах соответственно. Наличие этих данных позволяет применить алгоритм (А), для чего требуется еще задать начальное приближение параметров модели.

Для Москвы в этом качестве начального приближения коэффициентов  $k_1^{(0)}$  были взяты оценки на основе данных о желании и готовности учителей средних школ сменить работу из [9], поскольку в [3] их использование привело к рассчитанному распределению, достаточно близкому к реальному (хотя при этом, очевидно, минимум расстояния не достигался). Эти оценки приведены в таблице 7.

Возраст $t$ , лет	Коэффициенты	Возраст $t$ , лет	Коэффициенты
	$k_1^{(0)}(t)$		$k_1^{(0)}(t)$
20	0,24	43	0,17

21	0,2	44	0,16
22	0,19	45	0,16
23	0,19	46	0,16
24	0,19	47	0,15
25	0,19	48	0,15
26	0,19	49	0,14
27	0,19	50	0,14
28	0,19	51	0,14
29	0,19	52	0,13
30	0,19	53	0,13
31	0,19	54	0,12
32	0,19	55	0,12
33	0,19	56	0,12
34	0,19	57	0,11
35	0,19	58	0,11
36	0,18	59	0,11
37	0,18	60	0,11
38	0,18	61	0,1
39	0,18	62	0,1
40	0,17	63	0,1
41	0,17	64	0,1
42	0,17	65	0,1

Таблица 7.

В случае Ярославской области наличие данных за три последовательных года позволило просто оценить начальные приближения этих коэффициентов, исходя из анализа динамики численности учителей одного года рождения в течение этих трех лет. На основании имеющихся данных вычислялись предположительные (поскольку сами данные есть результат аппроксимации) реальные коэффициенты мобильности в 2002 и 2003 годах, затем на их основе по формулам модели находились два предположительных значения коэффициентов  $k_1$  (с учетом того, что мы считаем параметр  $s=0,3$ ), а в качестве начального приближения выбиралось их среднее арифметическое. Полученные результаты приведены в таблице 8.

Возраст $t$ , лет	Коэффициенты	Возраст $t$ , лет	Коэффициенты
	$k_1^{(0)}(t)$		$k_1^{(0)}(t)$
20	0	43	0,0745
21	0	44	0,0763
22	0,0143	45	0,0761
23	0,0286	46	0,0746
24	0,0429	47	0,071
25	0,0429	48	0,0677
26	0,0429	49	0,0668

27	0,0571	50	0,0614
28	0,0571	51	0,0534
29	0,0642	52	0,0499
30	0,0655	53	0,0437
31	0,0657	54	0,0449
32	0,0655	55	0,041
33	0,051	56	0,0395
34	0,0542	57	0,0379
35	0,0445	58	0,0363
36	0,0501	59	0,0345
37	0,0497	60	0,039
38	0,0522	61	0,0339
39	0,0594	62	0,0352
40	0,0615	63	0,0331
41	0,0686	64	0,0307
42	0,0692	65	0,0281

Таблица 8.

Начальное приближение объемов выпуска педагогов высшими и средними специальными учебными заведениями было взято в следующем виде

$$v^{(0)}(t) = V_0 / (t_{\max} - t_{\min}) \text{ для } 20 \leq t \leq 30.$$

Применяя теперь алгоритм (А), после 10 – 20 итераций были получены коэффициенты для модели для ситуаций в Москве и в Ярославской области, приведенные в таблицах 9 и 10 соответственно. Следует отметить, что расчеты делались на 1000 рабочих мест для Москвы и на 10000 (что примерно соответствует реальному общему количеству ставок) для Ярославской области.

Возраст $t$ , лет	Коэффициенты $k_1(t)$	Условный объем выпуска $v(t)$
20	0,001	7
21	0,005	7
22	0,01	7
23	0,015	5
24	0,015	3
25	0,015	2
26	0,015	2
27	0,015	2
28	0,015	1
29	0,015	
30	0,015	
31	0,015	
32	0,015	
33	0,015	

34	0,015
35	0,015
36	0,014
37	0,014
38	0,014
39	0,014
40	0,013
41	0,013
42	0,013
43	0,013
44	0,014
45	0,014
46	0,014
47	0,014
48	0,014
49	0,014
50	0,014
51	0,014
52	0,013
53	0,013
54	0,012
55	0,012
56	0,012
57	0,015
58	0,016
59	0,017
60	0,018
61	0,02
62	0,03
63	0,04
64	0,05
65	0,06

Таблица 9.

Возраст $t$ , лет	Коэффициенты $k_1(t)$	Условный объем выпуска $v(t)$
20	0,001	70
21	0,005	70

22	0,03	50
23	0,04	30
24	0,06	20
25	0,06	20
26	0,06	20
27	0,07	20
28	0,07	10
29	0,08	
30	0,06	
31	0,05	
32	0,05	
33	0,05	
34	0,05	
35	0,05	
36	0,05	
37	0,05	
38	0,048	
39	0,05	
40	0,05	
41	0,06	
42	0,07	
43	0,08	
44	0,08	
45	0,08	
46	0,08	
47	0,071	
48	0,068	
49	0,067	
50	0,062	
51	0,054	
52	0,05	
53	0,044	
54	0,043	
55	0,041	
56	0,04	
57	0,05	
58	0,06	
59	0,07	
60	0,08	
61	0,09	
62	0,1	
63	0,11	
64	0,12	
65	0,13	

Таблица 10.

## 5. Прогнозирование динамики возрастной структуры учителей для некоторых сценариев развития ситуации

Для каждого из регионов при помощи модели с использованием найденных коэффициентов проводились расчеты для шести сценариев динамики возрастной структуры учителей средних школ.

1. Достижение стационарного состояния при  $s=0,9$ , затем 11 шагов для Москвы (1990 – 2001 г.г.) и 13 шагов для Ярославской области (1990 – 2003 г.г.) при  $s=0,3$  (полученное распределение сравнивалось с реальным при расчете коэффициентов). Результаты этого расчета являются приближением нынешней ситуации; они использовались как отправная точка для пяти других сценариев.

2. Сохранение нынешней ситуации ( $s=0,3$ ) в течение 10 лет.

3. Прекращение дополнительной социальной поддержки учителей ( $s=0,2$ , можно представить себе это как отказ от каких-либо доплат, сохранение лишь зарплаты согласно ЕТС), продолжающееся в течение 10 лет.

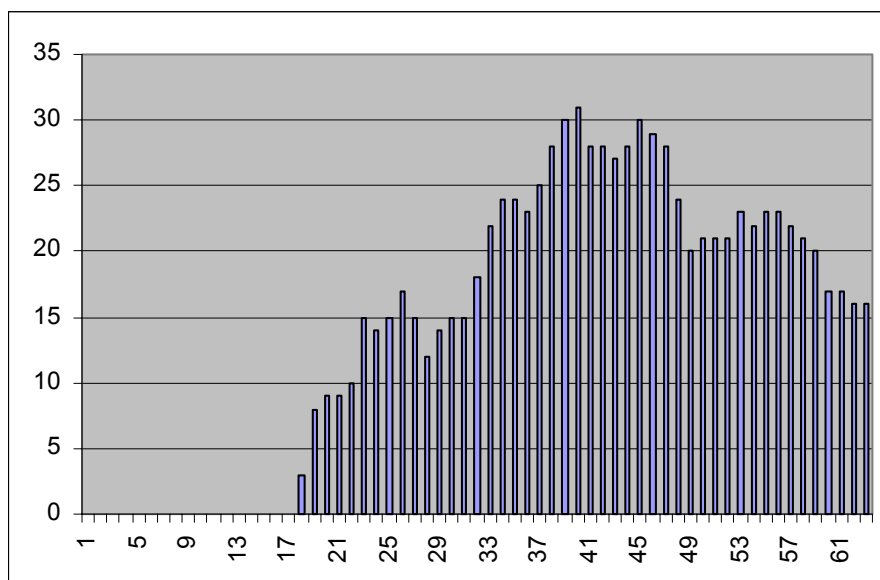
4. Скачкообразное повышение уровня обеспечения до  $0,99$  и поддержание его в течение 10 лет.

5. Постепенное повышение уровня обеспечения, соответствующее повышению средней зарплаты учителей до средней зарплаты по стране ( $s=0,6$ ), в течение 3 лет, затем 7 лет поддержания обеспечения на этом уровне.

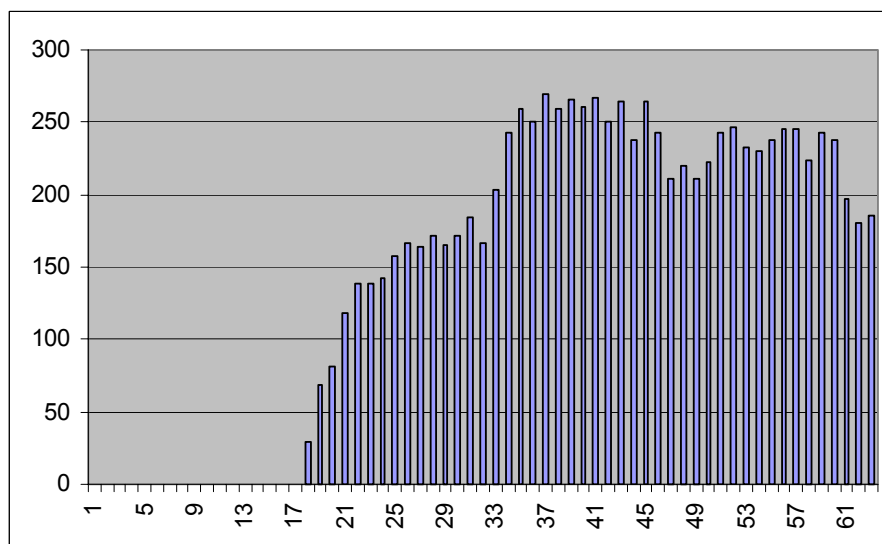
6. Постепенное повышение уровня обеспечения до нормального ( $s=0,99$ ) в течение 5 лет, затем еще 5 лет поддержания обеспечения на этом уровне.

Для каждого сценария было найдено итоговое распределение по возрастам и суммарное количество занятых. Последняя величина определяет дефицит кадров, поскольку количество вакансий мы считаем постоянным.

Рассмотрим результаты прогнозирования динамики возрастной структуры учителей школ в каждом из шести сценариев. Они приведены в расчете на 1000 рабочих мест для Москвы и на 10000 (то есть практически в абсолютных показателях) для Ярославской области.



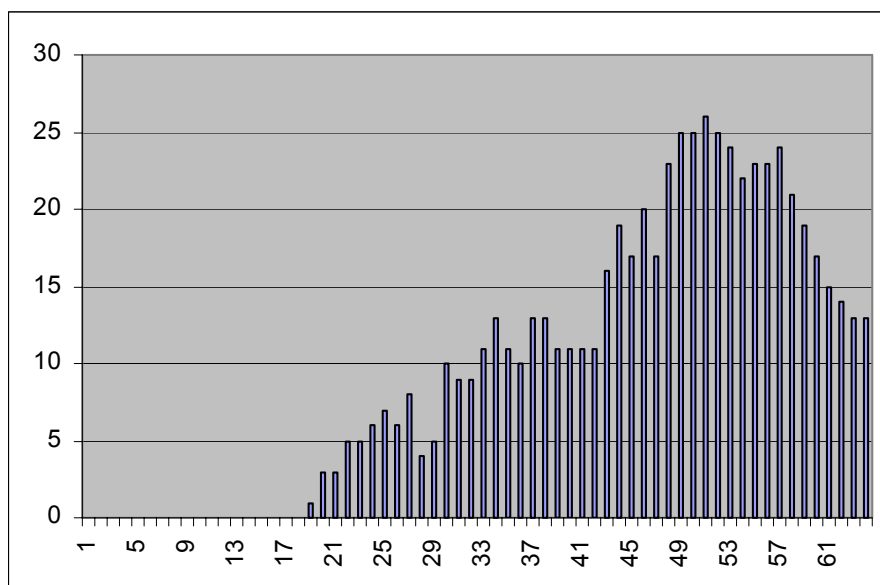
Москва



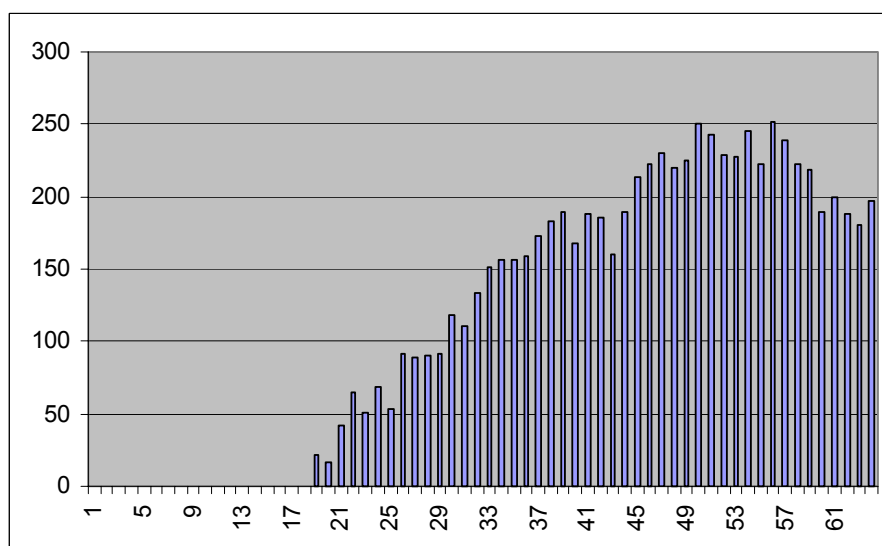
Ярославль

Рис. 4.

На рис. 4 приведена картина, которую дает модель для современной (точнее, соответствующей 2001 году для Москвы и 2003 году для Ярославской области) ситуации. Максимум распределения уже сместился на возрасты 40-50 лет в Москве и 35-45 лет в Ярославской области, хотя в нормальной ситуации он должен находиться в районе 23-27 лет, то есть приходится на возраст выпускников вузов (с учетом возможности обучения в аспирантуре или отпуска по уходу за ребенком). Однако эта ненормальная ситуация еще не вызывает серьезного дефицита кадров: в Москве занята 921 вакансия из 1000, в Ярославле – 9413 из 10000.



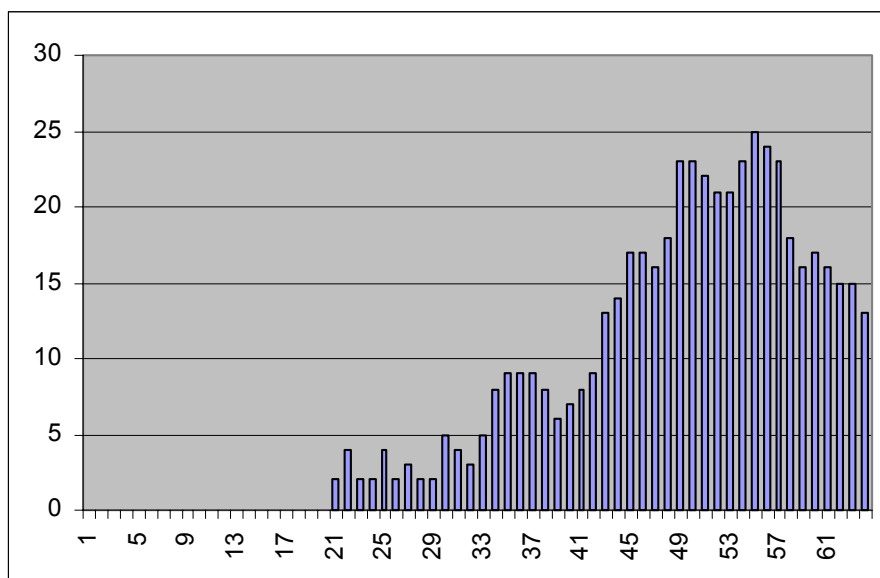
Москва



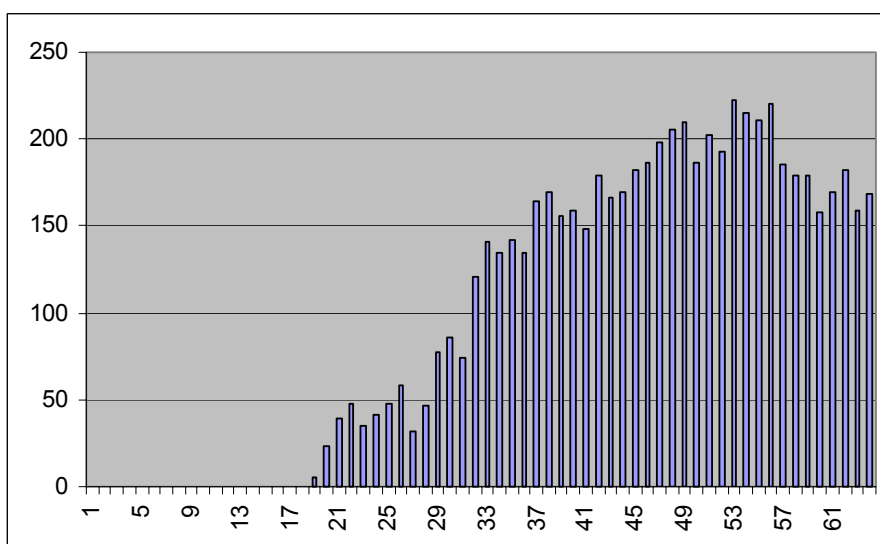
Ярославль

Рис. 5.

На рис. 5 показаны результаты моделирования динамики при сохранении нынешней ситуации в течение 10 лет, т.е. до 2011/2013 годов. Отсутствие изменений социально-экономических условий приводит к тому, что максимум распределения смещается в сторону увеличения возраста, достигает пенсионного и начинается период обвального сокращения числа занятых, появляется значительный дефицит: заняты лишь 637 вакансий из 1000 в Москве и 7515 из 10000 в Ярославской области. Видно, что кризис, который можно ожидать в провинции, не такой жесткий, как в столице, но и там возникает 25%-ный дефицит кадров. Ситуация, при которой все более высокой становится доля учителей старших возрастных групп, помимо обострения проблемы недостатка кадров, в целом, возможно, способна привести к снижению эффективности среднего образования. Растущий культурный, ценностный разрыв между учителями и школьниками, по всей вероятности может затруднять передачу знаний.



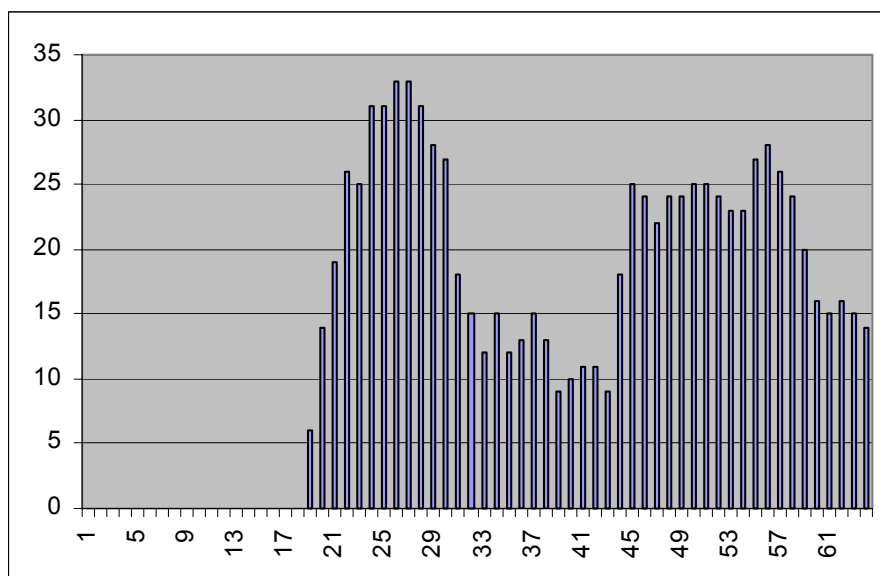
Москва



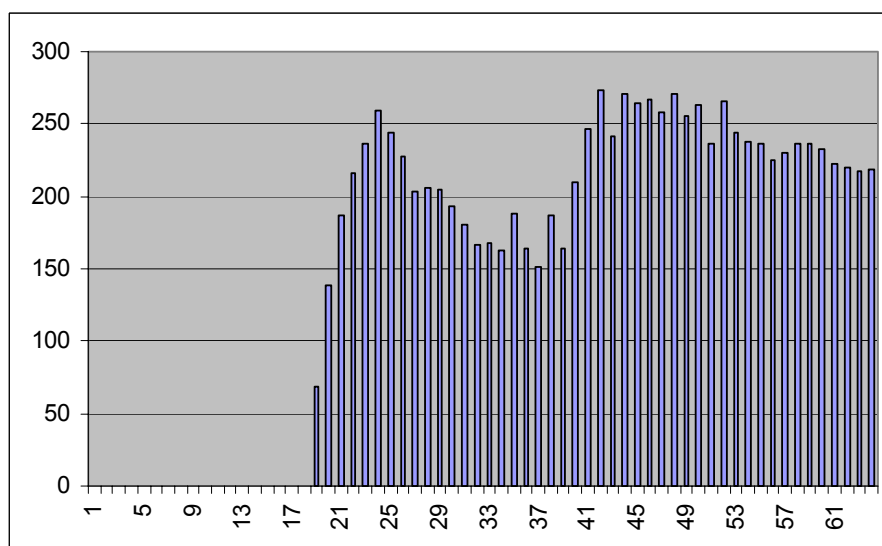
Ярославль

Рис. 6.

На рис. 6 показаны последствия третьего сценария. Как видно, ситуация при ухудшении социального обеспечения учителей также критическая, но принципиально мало отличается от второго сценария. Здесь заняты 523 из 1000 московских вакансий и 6408 ярославских.



Москва

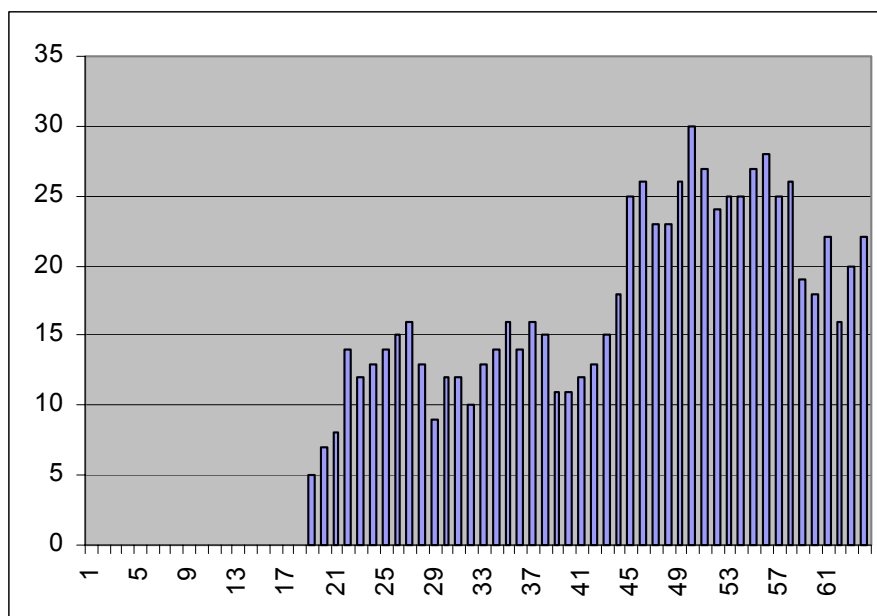


Ярославль

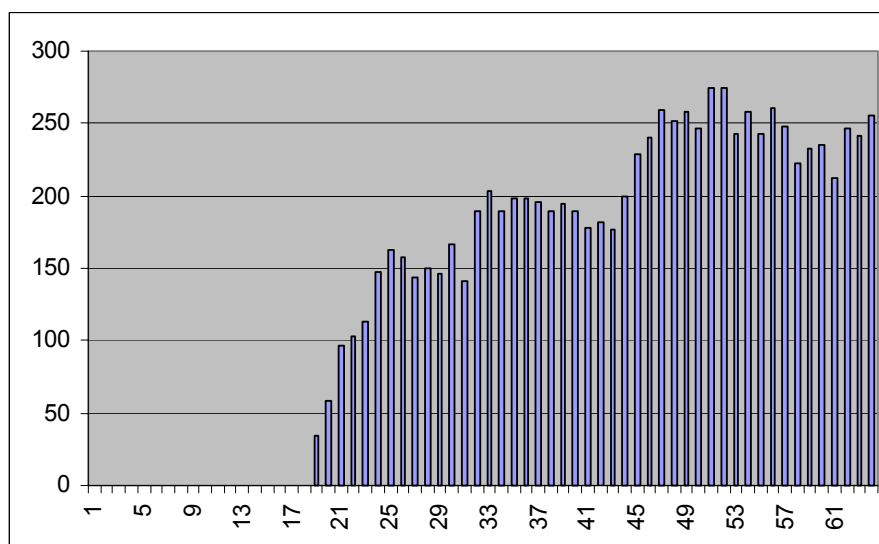
Рис.7.

Рис. 7 изображает положение дел по прошествии 10 лет в случае скачкообразного перехода к полноценному финансированию. К этому моменту количественная проблема с кадрами уже решена, в Москве заняты 925 из 1000 вакансий, в Ярославской области – 9998, то есть практически 100%. Однако имеет место ярко выраженное в столице и несколько смазанное в провинции расслоение учителей на возрастные группы. У распределения теперь два максимума. Первый – вновь пришедшие молодые специалисты, скорее всего, с новой системой ценностей и со стремлением построить новую эффективную систему среднего образования. Второй – учителя предпенсионного возраста, которые пережили кризис среднего образования, со своими ценностями, хотя в целом и претерпевшими значительные трансформации в кризисный период, однако в целом ориентированными на возрождение старых традиций отечественного образования. Общих точек у этих групп мало, а сотрудники 30-40-летнего возраста, способные осуществить «связь поколений», немногочисленны. Таким образом, условия четвертого сценария, внешне

благополучные, могут привести к внутреннему «конфликту поколений», который, правда, будет заметно менее резко выражен в провинции. Подводя итог, можно предположить, что подобная ситуация требует также разработки программы, которая будет обеспечивать нормальное взаимодействие внутри профессионального сообщества на протяжении некоторого переходного периода. Однако в целом, эта ситуация ведет к обновлению в педагогической среде.



Москва

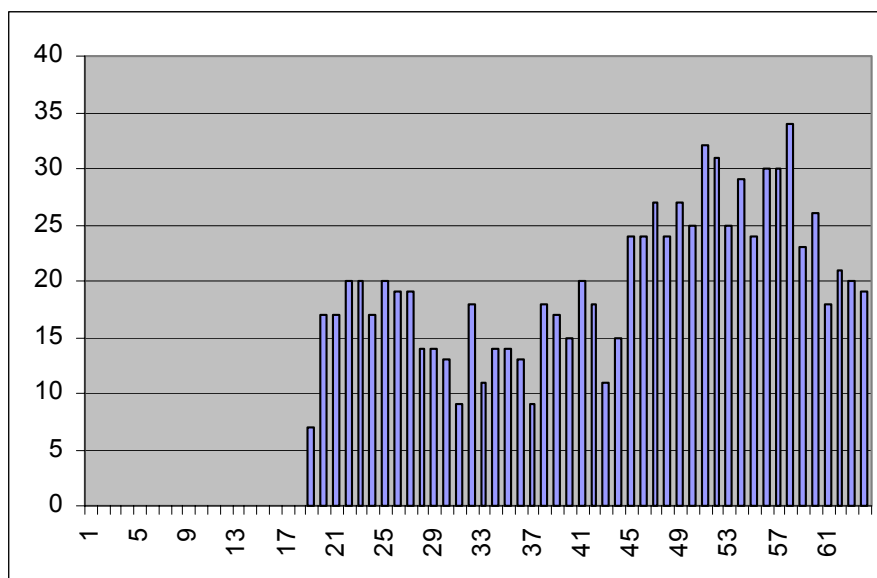


Ярославль

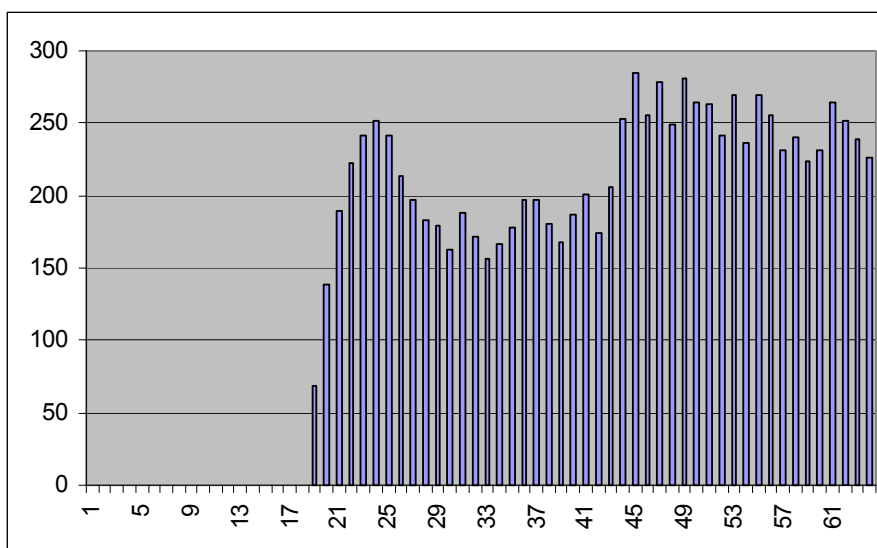
Рис. 8.

Пятый сценарий, представляющий постепенный подъем средней зарплаты учителей до уровня средней зарплаты по стране в течение 3 лет, дает еще через семь лет ситуацию, показанную на рис. 8. Эта ситуация близка в смысле среднеквадратичного отклонения к результатам первого сценария (результатам модели для настоящего момента), в частности, отличие от них не больше, чем их отличие от наблюдаемого распределения. Особой похожестью

отличается положение дел, прогнозируемое в этом случае для Ярославля, где заняты 9042 вакансии, а в Москве дефицит даже увеличится, несмотря на проведенное повышение уровня обеспечения - 805 из 1000 вакансий будут заполнены. Таким образом, пятый сценарий предполагает замораживание нынешней не вполне благополучной кадровой структуры.



Москва



Ярославль

Рис. 9

Наконец, посмотрим на итоги сценария, предполагающего постепенный подъем обеспечения до  $s=0,99$  в течение 5 лет. (Этот срок является максимальным из приводящих к похожим результатам – аналогичная картина получается, если повышение проводить в течение 3 или 4 лет.) После этого были проделаны еще пять шагов, чтобы продолжительность сценария достигла 10 лет. Здесь ситуация с дефицитом кадров выправлена (912 на 1000 вакансий в Москве и 9967 на 10000 в Ярославской области), при этом исчезла угроза «кадрового обвала» из сценария 2, но и нет явного расслоения, как в сценарии

4. В целом, данный сценарий можно назвать наиболее благополучным из исследованных, что, конечно, не мешает предполагать возможность дальнейшей оптимизации управления ситуацией.

Итак, прогнозирование динамики возрастной структуры учителей средних школ в столице и в одном из регионов на период в десять лет, позволяет сделать следующие выводы:

1. Сохранение нынешнего уровня обеспечения учителей, соответствующего параметру  $s=0,3$ , приведет через десять лет к наступлению острейшего дефицита кадров в этой области. При этом ситуация не будет принципиально отличаться от варианта, при котором государство перестает проявлять заботу о материальном обеспечении педагогов ( $s=0,2$ ).

2. Предполагаемое повышение средней зарплаты учителей до средней зарплаты по стране «заморозит» проблемную ситуацию с возрастной структурой. Поскольку нынешняя средняя зарплата учителей примерно вдвое ниже средней по стране, составляющей 8500 рублей, то это повышение соответствует переходу к  $s=0,6$  и описано в пятом сценарии.

3. Одномоментный переход к высокому уровню обеспечения (а если предположить пропорциональную зависимость параметра  $s$  от реальной заработной платы, то уровню  $s=1$  соответствует средняя зарплата учителей в 14000 рублей при нынешней покупательной способности) приведет к разделению учителей на две ярко выраженные возрастные группы и возможному «конфликту поколений».

4. Проблема дефицита учительских кадров может быть решена при постепенном, но в течение не более пяти лет, повышении уровня обеспечения до  $s=1$  (средняя зарплата в 14000 рублей при нынешней покупательной способности рубля). При этом следует отметить один важный момент, находящийся за рамками применявшейся математической модели, но, тем не менее, очевидный: для успешного решения кадровой проблемы необходимо кардинальное улучшение системы подготовки молодых специалистов в высших и средних специальных педагогических учебных заведениях.

## Литература

1. Дюркгейм Э. О разделении общественного труда. М.: Канон, 1996, 432 с.

2. Собкин В.С., Равлюк С.Г. Учитель об образовании: опыт социологического исследования профессиональной позиции // Социология образования. Труды по социологии образования. Т IX. Вып. XV. М.: ЦСО РАО, 2004, с. 281-338.

3. Степанцов М.Е. Модель возрастной структуры учителей средней школы // Математическое моделирование, 2005, т.17, №3, с. 61-66

4. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего, 2е изд. М.: Эдиториал УРСС, 2001.

5. *Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б.* Математические модели биологических процессов. - М.: Изд-во МГУ, 1993 - 302 с.
6. *Тоффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов. М: Мир, 1991.
7. *Малинецкий Г. Г. Степанцов М.Е.* Клеточные автоматы для расчета некоторых газодинамических процессов // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1996, том 36, № 5, с.137-145.
8. *Степанцов М.Е.* Математическая модель направленного движения группы людей // Математическое моделирование, 2004, т.16, №3, с. 43-49.
9. *Собкин В.С., Равлюк С.Г.* Если будущее вызывает тревогу // Газета «Первое сентября» №62 от 06.10.2001.